第１８講・二乗に比例する関数③ 文字をつかって座標を表す

要点整理

１　文字を使って座標を表す

放物線 $y=ax^2$ のグラフ上に点Ｐがあるとき，その x 座標を t とすると，y 座標は at^2 と表せる。

Ｐ $(t,\ at^2)$

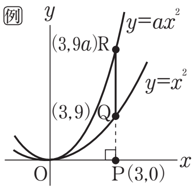
２　座標軸に平行な線分の長さ

⑴　線分 AB が x 軸に平行な場合，その長さは，２点Ａ，Ｂの x 座標のうち，大きい方の x 座標から小さい方の x 座標をひいた差として表される。

⑵　線分 AB が y 軸に平行な場合，その長さは，２点Ａ，Ｂの y 座標のうち，大きい方の y 座標から小さい方の y 座標をひいた差として表される。

●座標軸に平行な線分の長さ
（$a>1$ とする）

例



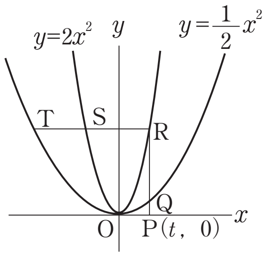
$PQ=9-0=9$

$PR=9a-0=9a$

$QR=9a-9$

例題１

右の図で，点 $P(t,\ 0)$ は x 軸上の点である。点Ｐから y 軸に平行な直線をひき，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$，$y=2x^2$ のグラフと交わる点をそれぞれＱ，Ｒとする。また，点Ｒから x 軸に平行な直線をひき，関数 $y=2x^2$，$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと交わる点をそれぞれＳ，Ｔとする。$t>0$ として，次の問いに答えなさい。



⑴　$t=4$ のとき，線分 QR の長さを求めよ。

⑵　点Ｔの座標を t を用いて表せ。

⑶　$QR=RT$ となるときの t の値を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 2

図1において，放物線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフであり，放物線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。また，点Pを x 軸上を動く点とし，点Pを通り x 軸に垂直な直線が放物線①，②と交わる点を，それぞれQ，Rとする。このとき，PR＝3PQが成り立っている。次の問いに答えなさい。

図1

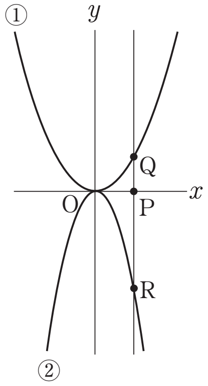
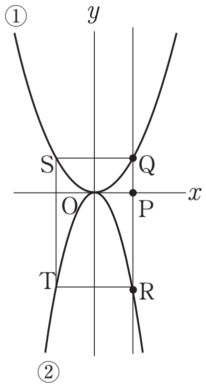


図2



(1)　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が1から3まで増加するとき，y の増加量を求めよ。また，このときの変化の割合を求めよ。

(2)　a の値を求めよ。

(3)　点Pの x 座標を t，線分QRの長さを ℓ とするとき，ℓ を t の式で表せ。

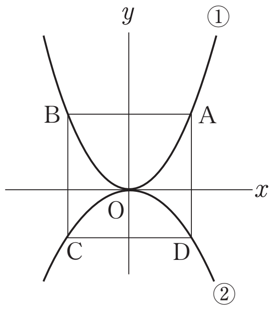
(4)　点Pの x 座標を t とし，$t>0$ とする。上の図2のように，点Qを通り x 軸に平行な直線と放物線①との点Q以外の交点をS，点Rを通り x 軸に平行な直線と放物線②との点R以外の交点をTとし，四角形STRQをつくる。この四角形が正方形になるときの t の値を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

18－1

2つの放物線 $y=x^2$…①，$y=-\frac{1}{2}x^2$…②がある。図のように，放物線①上の点Aを通り x 軸に平行な直線と放物線①との交点をB，点Bを通り y 軸に平行な直線と放物線②との交点をC，点Cを通り x 軸に平行な直線と放物線②との交点をDとする。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　点Aの x 座標が t のとき，線分ABと線分ADの長さを t で表せ。

(2)　四角形ABCDが正方形になるとき，点Aの座標を求めよ。

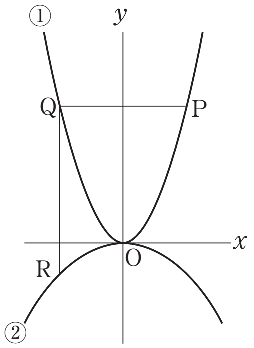
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講・確認テスト

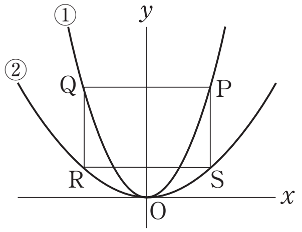
［1］　右の図で，放物線①は関数 $y=2x^2$ のグラフ，放物線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。放物線①上の x 座標が $t(t>0)$ である点をＰとし，Ｐを通り，x 軸に平行な直線が放物線①と交わる点をＱ，Ｑを通り，y 軸に平行な直線が放物線②と交わる点をＲとする。次の問いに答えなさい。



(1)　$t=2$ のとき，直線 PR の傾きが $\frac{5}{2}$ であった。このとき，a の値は $-\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2)　a の値が(1)で求めた値であるとき，PQ：QR＝3：5 となる t の値は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

［2］　右の図で，放物線①は関数 $y=x^2$ のグラフ，放物線②は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。点Ｐ，Ｑは放物線①上の点，点Ｒ，Ｓは放物線②上の点であり，四角形 PQRS の各辺はそれぞれ x 軸，または y 軸と平行である。Ｐの x 座標を $t(t>0)$ とするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　Ｒの座標を t を用いて表すと，$\left(-t,\ \frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}t^2\right)$ である。

(2)　$t=4$ のとき，直線 PR の式は $y=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}x+\boxed{ケコ}$ である。

(3)　四角形 PQRS が正方形になるとき，t の値は $\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１８講・二乗に比例する関数③ 文字をつかって座標を表す

例題 1

(1)　**24**　　(2)　$(-2t,\ 2t^2)$　　(3)　$t=2$

解説

(1)　Q，R の x 座標はともに 4，$y=\frac{1}{2}x^2$，$y=2x^2$ にそれぞれ $x=4$ を代入して，

Q(4，8)，R(4，32)　　32－8＝24

(2)　R$(t,\ 2t^2)$より，T の y 座標は $2t^2$　　$y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，$x^2=4t^2$

$x<0$ より，$x=-2t$

(3)　$Q\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$，$R(t,\ 2t^2)$，$T(-2t,\ 2t^2)$より，$\underbrace{2t^2-\frac{1}{2}t^2}_{QR}=\underbrace{t-(-2t)}_{RT}$　　$t^2-2t=0$

$t(t-2)=0$　　$t>0$ より，$t=2$

例題 2

(1)　**y の増加量　4，変化の割合　2**　　(2)　$a=-\frac{3}{2}$　　(3)　$\ell=2t^2$　　(4)　$t=1$

解説

(2)　$P(p,\ 0)$とすると，$Q\left(p,\ \frac{1}{2}p^2\right)$，$R(p,\ ap^2)$

PR＝3PQ より，$-ap^2=3\times\frac{1}{2}p^2$　　$a=-\frac{3}{2}$

(3)　$P(t,\ 0)$のとき，$Q\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$，$R\left(t,\ -\frac{3}{2}t^2\right)$より，$\ell=\frac{1}{2}t^2-\left(-\frac{3}{2}t^2\right)$

(4)　$SQ=2OP=2t$，$QR=2t^2$

正方形になるのは，SQ＝QR のときだから，$2t=2t^2$

$t(t-1)=0$　　$t>0$ より，$t=1$

18－1

(1)　$AB=2t$，$AD=\frac{3}{2}t^2$　　(2)　$\left(\frac{4}{3},\ \frac{16}{9}\right)$

解説

(1)　$A(t,\ t^2)$，$B(-t,\ t^2)$，$D\left(t,\ -\frac{1}{2}t^2\right)$より，

$AB=t-(-t)=2t$，$AD=t^2-\left(-\frac{1}{2}t^2\right)=\frac{3}{2}t^2$

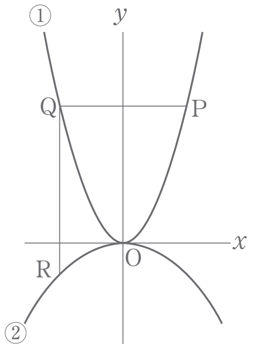
(2)　AB＝ADのとき正方形になるから，$2t=\frac{3}{2}t^2$　　$3t^2-4t=0$　　$t(3t-4)=0$

$t>0$より，$t=\frac{4}{3}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第18講・確認テスト

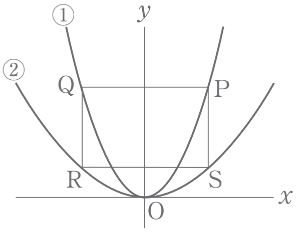
[1]　右の図で，放物線①は関数 $y=2x^2$ のグラフ，放物線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。放物線①上の x 座標が $t(t>0)$ である点をＰとし，Ｐを通り，x 軸に平行な直線が放物線①と交わる点をＱ，Ｑを通り，y 軸に平行な直線が放物線②と交わる点をＲとする。次の問いに答えなさい。



(1)　$t=2$ のとき，直線PRの傾きが $\frac{5}{2}$ であった。このとき，a の値は $-\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2)　a の値が(1)で求めた値であるとき，PQ：QR＝3：5となる t の値は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である。

[2]　右の図で，放物線①は関数 $y=x^2$ のグラフ，放物線②は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフである。点Ｐ，Ｑは放物線①上の点，点Ｒ，Ｓは放物線②上の点であり，四角形PQRSの各辺はそれぞれ x 軸，または y 軸と平行である。Ｐの x 座標を $t(t>0)$ とするとき，次の問いに答えなさい。



(1)　Ｒの座標を t を用いて表すと，$\left(-t,\ \frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}t^2\right)$ である。

(2)　$t=4$ のとき，直線PRの式は $y=\frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}x+\boxed{ケコ}$ である。

(3)　四角形PQRSが正方形になるとき，t の値は $\frac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ である。

解答

[1]　ア　1　　イ　2　　ウ　4　　エ　3

[2]　オ　1　　カ　4　　キ　3　　ク　2　　ケ　1　　コ　0　　サ　8　　シ　3

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解説

［1］

⑴ P(2, 8) より，Q(−2, 8)，R(−2, 4a)

よって，直線 PR の傾きは，$\frac{8-4a}{2-(-2)}$ だから，$\frac{8-4a}{4}=\frac{5}{2}$，$8-4a=10$，$a=-\frac{1}{2}$

⑵ P(t, $2t^2$) より，Q($-t$, $2t^2$)，R$\left(-t,\ -\frac{1}{2}t^2\right)$

よって，PQ＝$2t$，QR＝$\frac{5}{2}t^2$

$2t:\frac{5}{2}t^2=3:5$，$3t^2-4t=0$，$t(3t-4)=0$　　$t>0$ より，$t=\frac{4}{3}$

［2］

⑴ P(t, t^2) より，Q($-t$, t^2)，R$\left(-t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$

⑵ P(4, 16)，R(−4, 4) より，傾きは，$\frac{16-4}{4-(-4)}=\frac{3}{2}$

$y=\frac{3}{2}x+b$ に $x=4$，$y=16$ を代入して，$b=10$

よって，求める直線の式は，$y=\frac{3}{2}x+10$

⑶ PQ＝$2t$，QR＝$\frac{3}{4}t^2$ より，$2t=\frac{3}{4}t^2$，$3t^2-8t=0$，$t(3t-8)=0$　　$t>0$ より，$t=\frac{8}{3}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。